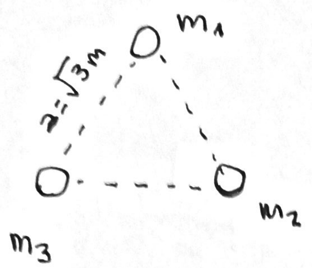


$m_1 = 1\,kg$

$m_2 = 2\,kg$

$m_3 = 3\,kg.$

L'energia potencial gravitatòria del sistema de 3 masses es pot escriure:

$$U = U_{12} + U_{23} + U_{13} = -G\frac{m_1 m_2}{r_{12}} - G\frac{m_2 m_3}{r_{23}} - G\frac{m_1 m_3}{r_{13}}$$

Si portem les 3 masses des de l'infinit fins a la seva posició final haurem de fer un treball en contra de la força d'atracció gravitatoria per tal d'aturar-les, ja que la força és atractiva i les masses "voldran" estar les tres junten.

Hem de calcular aquest treball que hem de fer nosaltres i que anomenarem <u>treball extern</u>, W_{ext}.

Pel teorema del treball i l'energia cinètica sabem que el treball fet per totes les forces aplicades al sistema ha de ser igual a l'increment de l'energia cinètica del sistema:

$$W_{TOTAL} = \Delta E_c.$$

Per una banda, el treball total el podem separar entre el treball que fan les forces gravitatòries i el treball extern que fem nosaltres de manera que:

$$W_{TOT.} = W_g + W_{ext}$$

I per l'altra banda, si les masses es troben en repòs tant al principi com al final, tenim que

$$\Delta E_c = 0$$

Per tant $\quad W_{TOT} = W_g + W_{ext} = 0$

De l'expressió anterior tenim:

$$W_{ext} = -W_g$$

I del teorema del treball i l'energia potencial:

$$W_g = -\Delta U$$

Per tant

$$W_{ext} = \Delta U = U_{final} - U_\infty$$

Però $U_\infty = 0$, així

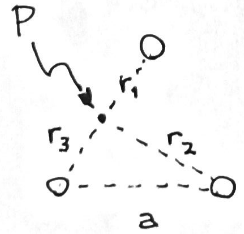
$$W_{ext} = U_{final} = -\frac{Gm_1m_2}{a} - G\frac{m_2m_3}{a} - G\frac{m_1m_3}{a}$$

$$W_{ext} = -\frac{G}{a}\left(m_1m_2 + m_2m_3 + m_1m_3\right) =$$

$$= -\frac{6{,}67\times10^{-11}}{\sqrt{3}}\cdot(1.2 + 2.3 + 1.3)$$

$$= -\frac{6{,}67\times10^{-11}}{\sqrt{3}}\cdot 11 = \boxed{-4{,}24\times10^{-10}\ J}$$

(b) El potencial gravitatori en el punt mitjà del segment que uneix m_1 i m_3. Sigui aquest punt P:



En aquest cas:

$$r_1 = \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\ m. \qquad r_3 = \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\ m$$

$$r_2 = \sqrt{a^2 - r_3^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{3 - \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}\ m.$$

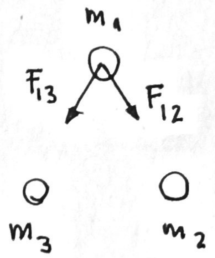
El potencial serà:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = -G\frac{m_1}{r_1} - G\frac{m_2}{r_2} - G\frac{m_3}{r_3}$$

$$V = -\frac{6{,}67\times10^{-11}\cdot 1}{\sqrt{3}/2} - \frac{6{,}67\times10^{-11}\cdot 2}{3/2} - \frac{6{,}67\times10^{-11}\cdot 3}{\sqrt{3}/2}$$

$$V = -7{,}70\times10^{-11} - 8{,}89\times10^{-11} - 7{,}70\times10^{-11} = \boxed{-2{,}43\times10^{-10}\ J/kg}$$

(c) La força sobre la massa m_1



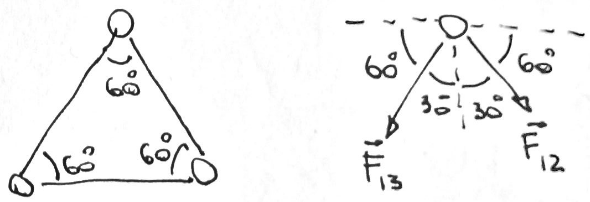
$$F_{13} = G\frac{m_1 m_3}{a^2} = \frac{6{,}67\times10^{-11}\cdot 1\cdot 3}{3} = 6{,}67\times10^{-11}\ N$$

$$F_{12} = G\frac{m_1 m_2}{a^2} = \frac{6{,}67\times10^{-11}\cdot 1\cdot 2}{3} = 4{,}45\times10^{-11}\ N$$

Per trobar la força total, però, com son vectors que no tenen la mateixa direcció, hem de fer la suma com vectors i no com escalars

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{12}$$

Per trobar la direcció dels vectors hem de tenir en compte que el triangle és equilater.



$$\vec{F}_{13} = F_{13}\left(-\cos 60°\ \hat{i} - \sin 60°\ \hat{j}\right) = \left(-3{,}34\times10^{-11}\ \hat{i} - 5{,}78\times10^{-11}\ \hat{j}\right)\ N$$

$$\vec{F}_{12} = F_{12}\left(\cos 60°\ \hat{i} - \sin 60°\ \hat{j}\right) = \left(2{,}23\times10^{-11}\ \hat{i} - 3{,}85\times10^{-4}\ \hat{j}\right)\ N$$

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{12} = \boxed{\left(-1{,}11\times10^{-11}\ \hat{i} - 9{,}63\times10^{-11}\ \hat{j}\right)\ N}$$