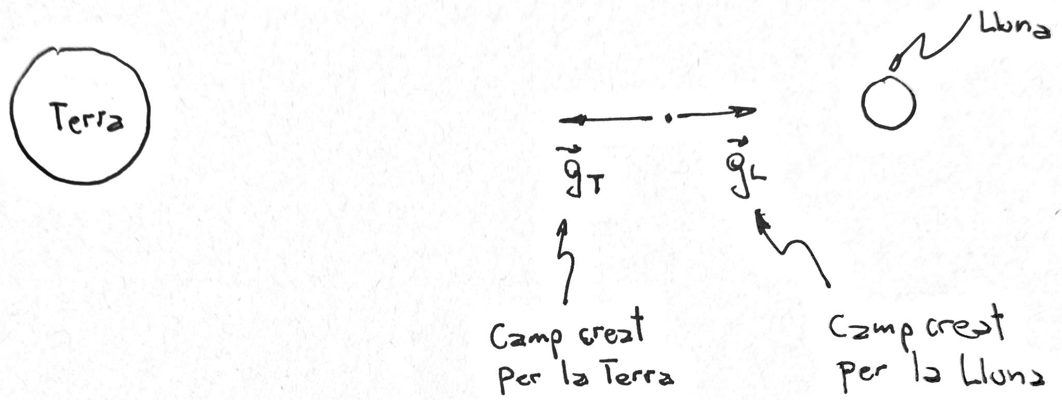
Bosquem un punt entre la Terra i la Lluna on el camp gravitatori s'anul·la. Aquest punt es coneix com punt de Lagrange. Està clar que com la força gravitatòria és atractiva i com el camp gravitatori sempre té el mateix sentit que la força, si ubiquem un objecte entre la Terra i la Lluna, apareixerà un camp sobre el cos que és el resultant de la suma del camp creat per la Terra i el creat per la Lluna, com es pot veure a la figura



Com el camp és proporcional a la massa de l'objecte que el provoca, a igual distància el camp de la Terra serà més gran que el de la Lluna degut a sa massa major. Si ens apropem a la Lluna però, el camp de la terra anirà minvant i el de la Lluna augmentant, fins que en algun lloc s'igualaran. En aquest punt els mòduls dels vectors camp gravitatori de la Terra i de la Lluna són iguals (encara que de sentits oposats). Per trobar la ubicació d'aquest punt utilitzarem les següents dades:

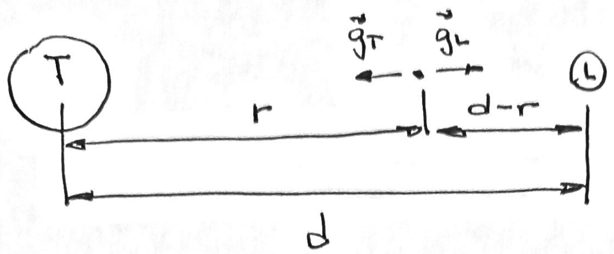
Massa de la Terra: $M_T = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg.

Massa de la Lluna: $M_L = 7{,}35 \times 10^{22}$ kg.

Distància Terra-Lluna: $d = 3{,}84 \times 10^8$ m.

Anomenarem r a la distància entre la Terra i el punt de Lagrange. D'aquesta manera, la distància entre la Lluna i el punt de Lagrange serà: $d-r$

L'esquema ens queda:



Igualant els mòduls dels camps gravitatoris, ens queda:

$$g_T = g_L$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r^2} = G \frac{M_L}{(d-r)^2}$$

Dividint ambdues bandes per G i multiplicant per $r^2 \cdot (d-r)^2$ ens queda:

$$M_T (d-r)^2 = M_L r^2$$

Desenvolupant el quadrat del binomi:

$$M_T (d^2 - 2dr + r^2) = M_L r^2$$

$$M_T d^2 - 2d M_T r + M_T r^2 = M_L r^2$$

$$(M_T - M_L) r^2 - 2d M_T r + M_T d^2 = 0$$

Si dividim tot per M_T ens queda:

$$\left(1 - \frac{M_L}{M_T}\right) r^2 - 2dr + d^2 = 0$$

Tenim aleshores una equació de 2n grau en r i les solucions de la qual són:

$$r = \frac{2d \pm \sqrt{4d^2 - 4\left(1 - \frac{M_L}{M_T}\right) d^2}}{2\left(1 - \frac{M_L}{M_T}\right)}$$

Extraiem $4d^2$ de dins de l'arrel

$$r = \frac{2d \pm 2d\sqrt{1 - 1 + \frac{M_L}{M_T}}}{2\left(1 - \frac{M_L}{M_T}\right)}$$

$$r = \frac{\cancel{2}d\left(1 \pm \sqrt{M_L/M_T}\right)}{\cancel{2}\left(1-\frac{M_L}{M_T}\right)}$$

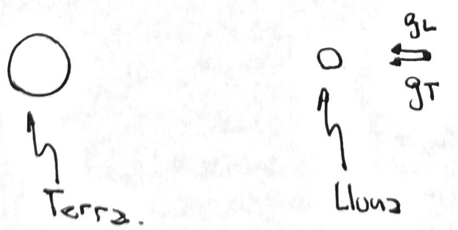
$$r_1 = \frac{\left(1+\sqrt{\frac{M_L}{M_T}}\right)}{1-\frac{M_L}{M_T}}\, d = \frac{1+\sqrt{\frac{7{,}35\times10^{22}}{5{,}98\times10^{24}}}}{1-\frac{7{,}35\times10^{22}}{5{,}98\times10^{24}}}\, d = 1{,}12\, d$$

$$r_1 = 1{,}12 \cdot 3{,}84\times10^{8}\ m = 4{,}32\times10^{8}\ m.$$

$$r_2 = \frac{1-\sqrt{\frac{M_L}{M_T}}}{1-\frac{M_L}{M_T}}\, d = 0{,}90\, d = \boxed{3{,}46\times10^{8}\ m}$$

Tenim dos possibles solucions a la nostra equació. La primera solució, r_1, ens dona un 12% més gran que la distància Terra-Lluna i la r_2 ens dona igual al 90% de la distància Terra-Lluna. Queda clar que la solució que busquem és la r_2, ja que busquem un punt entre la Terra i la Lluna on el camp s'anul·la. Però quin sentit té la solució r_1?

No hem d'oblidar que en el nostre plantejament hem imposat que els mòduls dels camps siguin iguals. Per tant, hem trobat un altre punt on els mòduls són iguals, però en aquest cas el valor del camp total no s'anul·la sinó que es reforcen



El camp de la Terra i de la Lluna són iguals però no s'anul·len perquè apunten en el mateix sentit.