

Una vagoneta de fira de massa 100 kg es troba damunt d'una pista sense fregament. El tram inicial de la pista és horitzontal. A mig camí, la pista fa pujada fins a un segon tram horitzontal, al final del qual hi ha un sistema de frenada consistent en una molla de constant elàstica $k=10000 \text{ N/m}$. La diferència d'altura entre els dos trams horitzontals és de 4 m.



Si el sistema de frenada es comprimeix 1,5 m, calculeu:

- La velocitat de la vagoneta just abans de començar a comprimir el sistema de frenada.
- La velocitat de la vagoneta just abans de començar a pujar la rampa.
- L'energia mecànica total de la vagoneta en el primer tram horitzontal.

$$m = 100 \text{ kg}$$

$$k = 10000 \text{ N/m}$$

No hi ha fregament, així les forces que hi ha són el pes, la força elàstica (totes dues conservatives) i la força normal que mai fa treball per ser perpendicular al desplaçament. Aleshores l'energia mecànica es conserva.

L'únic instant on podem calcular l'energia mecànica amb les dades del problema és l'instant en que la molla està totalment comprimida, ja que coneixem l'altura, 4 m (podem calcular l'energia potencial gravitatòria), coneixem la compressió de la molla, 1,5 m (podem calcular l'energia potencial elàstica) i coneixem la velocitat, que és nul·la (podem calcular l'energia cinètica). Calculem l'energia mecànica en aquest instant i aquest valor sabem que s'ha mantingut durant tot el moviment.

$$E_m = E_c + U_G + U_E$$

energia mecànica
energia cinètica
energia potencial gravitatòria
energia potencial elàstica

$$E_m = \frac{1}{2} m v^2 + mgh + \frac{1}{2} k \Delta x^2$$

En l'instant de màxima compressió:

$$E_m = \frac{1}{2} 100 \cdot 0 + 100 \cdot 9,81 \cdot 4 + \frac{1}{2} 10000 \cdot 1,5^2 = 15174 \text{ J}$$

Busquem la velocitat de la vagoneta just abans de començar a comprimir la molla. Utilitzarem la conservació de l'energia mecànica per trobar-la. En l'instant que ens interessa:

$$E_m = \frac{1}{2} m v^2 + mgh = 15174 \text{ J}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = 15174 \text{ J} - mgh = 15174 - 100 \cdot 9,81 \cdot 4$$

$$\frac{1}{2} 100 \cdot v^2 = 11250 \text{ J}$$
$$v = \sqrt{\frac{11250}{50}} = 15 \text{ m/s}$$

Abans de començar a pujar:

$$E_M = \frac{1}{2} m v^2 = 15174 \text{ J}$$
$$v = \sqrt{\frac{15174}{50}} = 17,4 \text{ m/s}$$

L'energia mecànica total de la vagoneta en el primer tram horitzontal és igual a l'energia mecànica en tot moment, ja que aquesta es conserva, per tant val 15174 J.