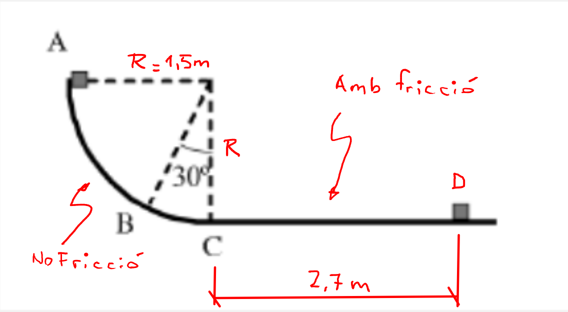
Deixem anar un cos d'1 kg de massa des del punt A, situat sobre una pista constituïda per un quadrant de circumferència de radi $R = 1,5\,\mathrm{m}$ i en la qual es considera negligible el fregament, tal com es veu a la figura de sota. Quan el cos arriba a la part inferior del quadrant (punt C), llisca sobre una superfície horitzontal fins que queda aturat a una distància de $2,7\,\mathrm{m}$ del punt C. Trobeu:

a. La velocitat del cos en el punt C.

b. El coeficient de fregament cinètic entre la pista i el cos a la part horitzontal.

c. La força que fa el cos sobre la pista quan passa pel punt B.



Busquem la velocitat al punt C. Des del punt A fins al C es conserva l'energia, ja que les forces que actuen són el pes (força conservativa) i la reacció normal que la pista fa sobre el cos (no fa treball per ser perpendicular al desplaçament), per tant:

$$\Delta E_M = 0 \Rightarrow E_M^C = E_M^A$$

$$E_M^C = \frac{1}{2}mv_C^2 + mg\underset{0}{h} = \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$E_M^A = \frac{1}{2}m\underset{0}{v_A^2} + mgh_A = mgh_A$$

Per tant, $\frac{1}{2}mv_C^2 = mgh_A$

$$v_C = \sqrt{2gh_A} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}5} = \boxed{5{,}42\ m/s}$$

ja que $h_A = R = 1{,}5\,m$

Busquem ara el coeficient de fregament si s'atura després de recórrer 2,7m sobre el pla horitzontal

El treball de la força de fregament serà igual a l'increment de l'energia cinètica: $W_F = \Delta E_c$

$$W_F = F_F \cdot \Delta x \cos 180° = \mu N \Delta x(-1) = -\mu mg\,\Delta x \quad \text{I}$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}m\underset{0\ (\text{s'atura})}{v_D^2} - \frac{1}{2}mv_C^2 = -\frac{1}{2}mv_C^2 \quad \text{II}$$

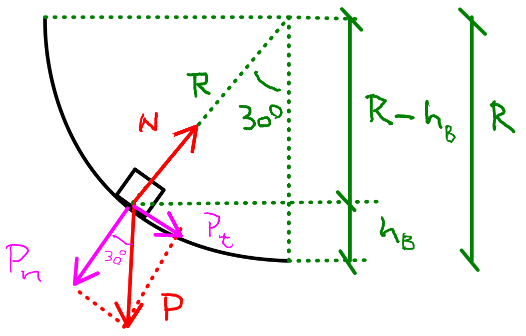
Igualant les expressions I i II

$$-\mu mg\,\Delta x = -\frac{1}{2}mv_C^2$$

$$\mu = \frac{v_C^2}{2g\,\Delta x} = \frac{5{,}42^2}{2 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}7} = \boxed{0{,}55}$$

Busquem ara la força que fa el cos sobre la pista quan passa sobre ell punt B.

Fem el diagrama de cos aïllat:



Eq. de Newton en la direció radial:

$$N - P_n = m a_c$$

on $P_n = P \cdot \cos 30° = mg \cos 30°$

i $a_c = \dfrac{v_B^2}{R}$ (acceleració centrípeta)

Així: $N = P_n + m a_c = mg \cos 30° + m \dfrac{v_B^2}{R}$

El cos fa sobre la pista una força igual a la que la pista fa sobre el cos, és a dir, N. Però per determinar N necessitem saber quan val la velocitat al punt B. Com sabem que l'energia mecànica es conserva en el tram A-C, utilitzarem aquest fet per trobar la velocitat en B.

$$\left.\begin{array}{l} E_M^B = \frac{1}{2} m v_B^2 + mgh_B \\ E_M^A = \frac{1}{2} m \underset{0}{\underbrace{v_A^2}} + mgh_A = mgR \end{array}\right\} E_M^B = E_M^A$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 + mgh_B = mgR$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 = mgR - mgh_B$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2(mgR - mgh_B)}{m}} = \sqrt{2g(R - h_B)}$$

però $R - h_B = R \cos 30°$ (veure figura)

$$v_1 = \sqrt{2gR\cos 30°} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}866} = 4{,}12 \text{ m/s}$$

Ara podem trobar la força N:

$$N = mg\cos 30° + m\frac{v_B^2}{R} = 1 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}866 + 1 \cdot \frac{4{,}12^2}{1{,}5} = \boxed{19{,}81 \text{ N}}$$