



Les agulles coincideixen a les 12h. La qüestió és
Quan tornaran a coincidir per primera vegada?

Observant el rellotge podem concloure que serà
una mica després de les 1 i 5 minuts. Però, a

quina hora exactament?

Per saber quan tornaran a coincidir podem considerar la situació com un problema d'encontre. Les dues agulles tenen un moviment circular uniforme. L'agulla horària fa una volta en 12 hores, per tant, el seu període en minuts és:

$$T_1 = 12 \text{ h.} \cdot \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h.}} = 720 \text{ min.}$$

per tant, la seva velocitat angular és: $\omega_1 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{720} = 8,73 \times 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{min.}}$

Si considerem les 12h com l'instant inicial i comencem a mesurar l'angle a partir d'aquell instant, tindrem l'equació de moviment

$$\varphi_1 = \omega_1 t \Rightarrow \varphi_1 = 8,73 \times 10^{-3} \cdot t \quad (1)$$

per l'agulla horària, on el temps ve donat en minuts.

Si fem el mateix amb l'agulla que marca els minuts, tenim que fa una volta en 1 hora o, equivalentment, en 60 minuts. Per tant,

$$T_2 = 60 \text{ min.} \Rightarrow \omega_2 = \frac{2\pi}{T_2} = \frac{2\pi}{60} = 0,105 \frac{\text{rad}}{\text{min.}}$$

i l'equació de moviment angular queda:

$$\varphi_2 = \omega_2 t \Rightarrow \varphi_2 = 0,105 \cdot t. \quad (2)$$

Podríem pensar que, per trobar l'angle d'encontre, on les dues agulles coincideixen, hauríem d'igualar els dos angles, però hem de tenir en compte que abans de trobar-se, l'agulla dels minuts haurà recorregut una volta sencera que li haurem de descomptar una volta: $\varphi_1 = \varphi_2 - 2\pi$

Reemplazant l'expressió anterior per les equacions (1) i (2):

$$8,73 \times 10^{-3} t = 0,105t - 2\pi$$

$$0,105t - 8,73 \times 10^{-3} t = 2\pi$$

$$0,0963 t = 2\pi$$

$$t = \frac{2\pi}{0,0963} = 65,27 \text{ min}$$

Això vol dir que l'hora a la que es tornaran a trobar serà:

1h 5,27 minuts

1h 5' 16"