

$$D = 100 \text{ cm}$$

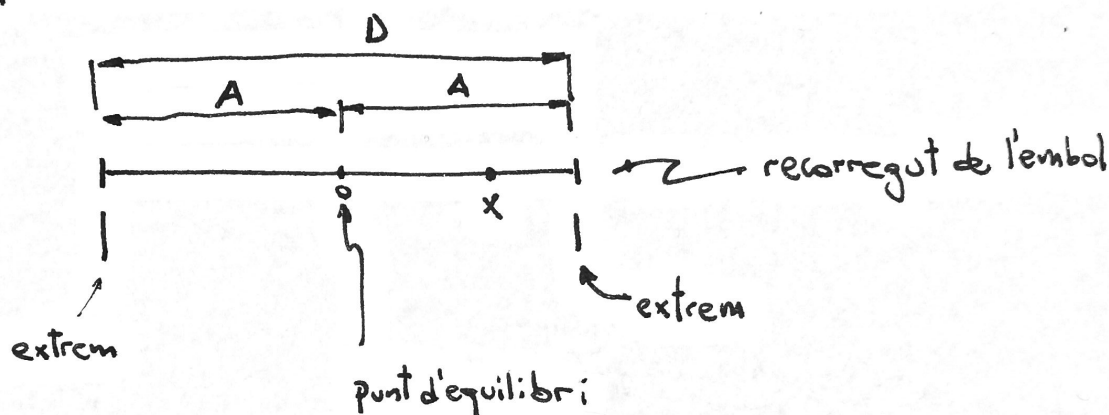
$$\omega = 60 \text{ rpm}$$

L'embol té un m/h/s.

Determinar la velocitat quan es troba a 20cm d'un dels extrems.

Si tot el recorregut és D , l'amplitud del moviment serà $A = \frac{D}{2} = 50 \text{ cm}$.

i l'elongació quan està a 20cm d'un extrem serà $x = A - 20 \text{ cm} = 30 \text{ cm}$



Si descrivim la posició en funció del temps tenim

$$x = A \sin(\omega t)$$

$$x = 0,5 \sin(2\pi t) \quad (1)$$

ja que $\omega = 60 \text{ rpm} = 60 \frac{\text{voltes}}{\text{min.}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ volta}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

La velocitat s'escriurà:

$$v = A\omega \cos(\omega t)$$

$$v = \pi \cos(2\pi t) \quad (2)$$

Si sabem l'instant al que es troba en $x = 0,3 \text{ m}$ podríem calcular la velocitat.

Utilitzant l'equació de moviment (1):

$$0,3 = 0,5 \cdot \sin(\omega t)$$

$$\frac{0,3}{0,5} = \sin(\omega t) \Rightarrow \omega t = \arcsin(0,6)$$

$$\omega t = 0,64 \text{ rad } (\text{o } 37^\circ)$$

Utilitzant aquest resultat en l'equació (2):

$$v = \pi \cos(0.64) = \boxed{2,51 \text{ m/s}}$$

Mètode alternatiu:

Podem trobar la velocitat si coneixem la posició sense passar pel càlcul del temps (o la fase ωt)

Amb les equacions $x = A \sin(\omega t)$ (1)

$$v = A\omega \cos(\omega t) \quad (2)$$

i, fent servir la identitat: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

De l'equació (1) $\sin(\omega t) = \frac{x}{A}$

i de la (2): $\cos(\omega t) = \frac{v}{A\omega}$

per tant: $\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t) = \left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{A\omega}\right)^2 = 1$

així: $\frac{v^2}{(A\omega)^2} = 1 - \frac{x^2}{A^2}$

$$v^2 = (A\omega)^2 \left(1 - \frac{x^2}{A^2}\right)$$

$$v = \sqrt{(A\omega)^2 \left(1 - \frac{x^2}{A^2}\right)}$$

$$v = A\omega \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}} = 0,5 \cdot 2\pi \sqrt{1 - \frac{0,3^2}{0,5^2}} = 2,51 \text{ m/s}$$

well!